2025 年硕士研究生招生考试湖北大学自命题 科目考试大纲

科目代码：601 科目名称：高等代数

第一部分 考试说明

一、考试性质

高等代数是为全国硕士研究生入学考试数学与统计学学院 数学各专业及研究方向设置的考试课程之一。要求考生比较系 统地理解高等代数的基本概念及基本理论， 掌握高等代数的基 本思想和方法，要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空 间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决 问题的能力。

二、考试范围

多项式、行列式、线性方程组、矩阵、二次型、线性空间、 线性变换、λ-矩阵、欧氏空间。

三、考试形式与试卷结构

1. 答卷方式: 闭卷，笔试;

2. 答题时间:180 分钟;

3. 试卷满分:150 分;

4. 题型结构: 计算题、证明题、综合题。

第二部分 考查要点

一、多项式

1. 数域与一元多项式的概念;

2. 多项式整除、带余除法、最大公因式的存在唯一性、辗 转相除法;

3. 互素的性质和判定;

4. 不可约多项式及其性质、因式分解定理;

5. 重因式的判定与求法、重因式与重根;

6. 多项式函数、余数定理、多项式的根及性质;

7. 代数基本定理、复系数与实系数多项式的因式分解;

8. 本原多项式、高斯 (Gauss) 引理、有理系数多项式的因式 分解、爱森斯坦因 (Eisenstein) 判别法、有理数域上多项式的 有理根。

二、行列式

1. 行列式的定义;

2. 行列式的性质;

3. 行列式的计算;

4. 行列式按一行 (列) 展开;

5. 拉普拉斯 (Laplace) 展开定理;

6. 克拉默 (Cramer) 法则。

三、线性方程组

1. 消元法解线性方程组、线性方程组的初等变换、线性方 程组的一般解;

2. n 维向量空间的定义与基本性质;

3. 向量的线性组合、线性相关与线性无关、两个向量组的 等价;

4. 向量组的极大无关组、向量组的秩;

5. 矩阵的行秩、列秩、秩、矩阵的秩与其子式的关系;

6. 线性方程组的有解判别定理、线性方程组解的结构;

7. 齐次线性方程组的基础解系、解空间及其维数。 四、矩阵

1. 矩阵的概念;

2. 矩阵的运算 (加法、数乘、乘法、转置等运算) 及其运算 律;

3. 矩阵乘积的行列式、矩阵乘积的秩与其因子的秩的关系;

4. 矩阵的逆、伴随矩阵、矩阵可逆的条件;

5. 分块矩阵及其运算与性质;

6. 初等变换、初等矩阵、矩阵的相抵等价标准形;

7. 分块初等变换、分块初等矩阵。

五、二次型

1. 二次型及其矩阵表示、矩阵的合同;

2. 二次型的标准形、化二次型为标准形的配方法、初等变

换法、正交变换法;

3. 复二次型的规范标准形、实二次型的规范标准形、惯性 定理、正惯性指数、负惯性指数、符号差;

4. 正定、半正定二次型及正定、半正定矩阵。

六、线性空间

1. 线性空间的定义与简单性质;

2. 线性组合、线性相关、线性无关、线性表示、极大线性 无关组;

3. 维数、基与坐标;

4. 基变换与坐标变换、过渡矩阵;

5. 线性子空间的定义与判别、子空间分解;

6. 子空间的交与和、维数公式;

7. 子空间的直和;

8. 线性空间的同构。

七、线性变换

1. 线性变换的定义;

2. 线性变换的运算及其代数结构;

3. 线性变换的矩阵、相似矩阵;

4. 特征值与特征向量;

5. 可对角化的线性变换、可对角化的矩阵的判定和计算;

6. 线性变换的值域与核、秩与零度定理;

7. 不变子空间和导出变换;

8. 特征子空间、特征值的代数重数、几何重数;

9. 零化多项式和极小多项式、哈密尔顿-凯莱 (Hamilton- Cayley) 定理。

八、λ-矩阵

1. λ-矩阵、多项式矩阵和矩阵多项式;

2. λ-矩阵在初等变换下的标准形;

3. 矩阵的行列式因子、不变因子、初等因子;

4. 相似不变量、矩阵相似的条件;

5. 不变因子与矩阵的有理标准形的对应;

6. 初等因子与矩阵的若尔当标准形的对应;

7. 若尔当标准形及其对应的不变子空间分解;

8. 根子空间、循环子空间分解。

九、欧氏空间

1. 内积和欧氏空间的定义与基本性质、向量的长度、夹角 与正交、度量矩阵;

2. 标准正交基、施密特 (Schmidt) 正交化方法、标准正交基 的过渡矩阵、正交矩阵;

3. 欧氏空间的同构;

4. 正交变换判别及性质;

5. 正交子空间、正交补空间、正交投影;

6. 对称变换的性质、实对称矩阵的正交相似标准形、主轴 定理、用正交变换化实二次型或实对称矩阵为标准形;

7. 向量到子空间的距离、最小二乘法;

8. 极分解与奇异值分解。

第三部分 主要参考书目

1. 王萼芳，石生明修订，北京大学数学系前代数小组编. 高 等代数, 第五版. 北京: 高等教育出版社，2019.5.

2. 徐运阁， 章超， 廖军编. 高等代数. 北京: 科学出版社， 2021.7.