

**硕士研究生招生考试**

**综合考试（概率论、数理统计、解析几何、实变函数）科目大纲**

(科目代码：998)

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2024年 9 月1日

**统计学专业综合考试（概率论、数理统计、解析几何、实变函数）科目大纲**

(科目代码：998)

**一、考核要求**

概率论、数理统计、解析几何、实变函数是统计学专业研究生进行硕士阶段知识学习的重要基础，也为高观点下深入理解中学数学教学内容所必需。本门考试包含四门课程：概率论、数理统计、解析几何、实变函数，总分为100分，其中概率论及解析几何分别占25到30分，数理统计和实变函数分别占20分到25分。

**二、考核评价目标**

统计学综合考试主要考察考生对专业核心课程的基本理论和基本方法的掌握情况，以及能综合利用所学知识分析和解决一些实际问题的能力。

**三、考核内容**

**《概率论》**

**第一章 随机事件与概率**

1. 随机事件及其运算
2. 概率的定义及其确定方法
3. 概率的性质
4. 条件概率
5. 独立性

**考核要点：**重点掌握随机事件、事件的概率、不相容、对立和独立性等基本概念，掌握概率的基本性质、两个概率模型及乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式，熟练掌握事件与概率的有关运算。

**第二章 随机变量及其分布**

第一节 随机变量及其分布

第二节 随机变量的数学期望

第三节 随机变量的方差和标准差

第四节 常用离散分布

第五节 常用连续分布

第六节 随机变量函数的分布

**考核要点：**重点掌握一维离散型随机变量的概率分布列和连续型随机变量的概率密度函数，熟练掌握随机变量数学期望和方差的计算，会求随机变量函数的分布。

**第三章 多维随机变量及其分布**

1. 二维随机变量及其联合分布
2. 第二节 边缘分布和随机变量的独立性

第三节 二维随机变量函数的分布

1. 随机变量的数值特征

**考核要点：**重点掌握二维离散型随机变量的联合概率分布列和边缘概率分布列，二维连续型随机变量的联合概率密度函数和边缘密度函数，熟练掌握随机变量协方差和相关系数的计算，会求随机变量函数的分布。

**第四章 大数定律和中心极限定理**

第一节 随机变量序列的两种收敛性

第二节 大数定律

第三节 中心极限定理

**考核要点：**理解两种特殊的收敛性，理解大数定律和中心极限定理的刻画的概率本质，会使用中心极限定理近似计算一些具体问题的概率。

**四、参考书目**

[1] 茆诗松,程依明,濮晓龙.概率论与数理统计教程(第二版).北京：高等教育出版社, 2011年第2版.

[2] 魏宗舒等.概率论与数理统计教程(第二版).北京：高等教育出版社, 2008年.

**《数理统计》**

**第一章 统计量及其分布**

第一节 总体与样本

第二节 样本数据的整理

第三节 常见统计量及其分布

第四节 三大抽样分布

第五节 充分统计量

**考核要点**：理解总体与样本的基本概念，理解样本数据整理的直方图、茎叶图，理解三大抽样分布的基本性质，掌握经验函数、常见统计量及其分布，掌握次序统计量及其分布，理解样本分位数及其渐近分布，用因子分解定理能讨论统计量的性质。

**第二章 参数估计**

第一节 点估计的概念

第二节 矩估计

第三节 极大似然估计

第四节 最小方差无偏估计

第五节 区间估计

**考核要点：**理解参数的估计量、置信区间及其评价标准，掌握参数的矩估计、极大似然估计的方法，并能讨论估计量的性质，掌握用枢轴量法求常用的置信区间。

**第三章 假设检验**

第一节 假设检验的基本思想与概念

第二节 正态总体参数假设检验

第三节 其他分布参数的假设检验

第四节 似然比检验与分布拟合检验

**考核要点：**理解参数的显著性假设检验思想，理解非正态总体参数的假设检验，理解似然比检验与分布拟合检验及正态性检验，掌握显著性水平、第一二类错误的概率、势函数、检验的拒绝域、检验的原假设、备择假设等基本概念，理解掌握正态总体的期望和方差的显著性检验方法。

**四、参考书目：**

[1] 茆诗松,程依明,濮晓龙.概率论与数理统计教程(第二版). 北京：高等教育出版社, 2011年第2版.

[2] 韦来生. 数理统计. 北京：科学出版社, 2008年.

**《实变函数》**

**第一章 集合**

1.知识点

集合的概念和运算，对等与基数，可数集合，不可数集合，半序集和曹恩引理。

2.考核要点

1）掌握集合交，并、余等运算和上、下极限的定义和基本运算；

2）熟练掌握集合的对等的定义与性质；能熟练应用伯恩斯坦（Bernstein）定理证明集合的对等关系；

3）理解基数的定义；掌握可数集与不可数集的性质，会判断给定的集合是否可数。

**第二章 点集**

1.知识点

度量空间（n维欧氏空间），聚点、内点和界点，开集、闭集、完备集极其构造。

2.考核要点

1）理解和掌握度量空间的定义，邻域的性质，有界点集的定义和n维区间的体积；

2）熟练掌握n维区间点的关系，聚点、内点和界点的定义聚点与等价条件；

3）掌握开核、边界和导集的概念和性质极其相互关系；

4）理解和掌握开集、闭集和完备集的性质；

5）理解开集的构成区间与余区间，了解开集、闭集的构造；熟练掌握康托尔集的构成和性质。

**第三章 测度论**

1.知识点

约当测度，Lebesgue 外测度和内测度，可测集。

2.考核要点

1）测度的定义和性质；

2）掌握Lebesgue 外测度和内测度的定义和基本性质；

3） 练掌握由卡拉皆屋铎利给出可测集的定义及可测集的基本运算性质；

4）掌握零测集的性质；开集、闭集的可测性；

5）约当测度与Lebesgue测度的关系；

6）解特殊的两类集合，波雷耳集。

**第四章 可测函数**

1.知识点

可测函数及其性质，几乎处处收敛，叶果洛夫定理，可测函数的构造，依测度收敛。

2.考核要点

1）熟练掌握可测函数及其四则运算，可测函数与简单函数的关系，几乎处处成立的概念；

2）理解叶果洛夫定理；

3）理解并掌握鲁津定理及其逆定理；

4）熟练掌握依测度收敛的定义，几乎处处收敛与依测度收敛的几个反例，Riese定理和Lebesgue收敛定理。

**第五章 积分论**

1.知识点

Riemann积分，勒贝格积分的定义，勒贝格积分的性质，一般可积函数，积分的极限定理。

2.考核要点

1）了解由确界式定义的Riemann积分，及Riemann积分的缺陷；

2）理解勒贝格积分的定义，掌握可积的两个充要条件；可积的四则运算，勒贝格积分与Riemann积分的关系；

3）熟练掌握勒贝格积分的基本性质和绝对连续性；

4）熟练掌握一般可积函数的L积分的定义和初等性质；

5）牢记勒贝格控制收敛定理，列维定理，L 逐项积分定理，积分的可数可加性，Fatou引理及有关积分与求导交换的定理。

**四、参考书目**

[1]程其襄，张奠宙，胡善文等编. 实变函数与泛函分析(第3版).北京：高等教育出版社，2010年第3版.

[2]周民强. 实变函数论. 北京：北京大学出版社，2001年.

**《解析几何》**

**第一章 向量与坐标**

1·1向量的概念、向量的线性运算、向量的线性关系和向量分解

1·2坐标系与向量的坐标

1·3向量在给定方向上的射影

1·4向量的内积

1·5向量的外积

1·6三向量的混合积

**考核要点：**向量的概念与运算、坐标与坐标系、用坐标进行向量的运算、向量共线或共面的必要条件。熟练掌握和运用向量的基本知识，解决关于共线、共面、定比分点等仿射性质的问题；解决关于长度、夹角、面积、体积等度量问题。

**第二章 轨迹与方程**

2·1平面曲线的方程

2·2曲面的方程

2·3母线平行于坐标轴的柱面方程

2·4空间曲线的方程

**考核要点：**建立动点轨迹的方程是解析几何的基本思想。学生应当深刻理解轨迹与其方程之间的关系，能熟练地掌握建立曲面或曲线的方程的方法以及直角坐标方程和参数方程的相互转化。

**第三章 平面与空间直线**

3·1平面的方程

3·2平面与点的相关位置

3·3两平面的相关位置

3·4空间直线的方程

3·5直线与平面的相关位置

3·6空间两直线的相关位置、

3·7空间直线与点的相关位置

3·8平面束

**考核要点：**平面与空间直线的各种形式的方程，平面与平面、平面与点、平面与直线、直线与点、直线与直线之间的相关位置。

**第四章 柱面、锥面、旋转面与二次曲面**

4·1柱面

4·2锥面

4·3旋转曲面

4·4椭球面

4·5双曲面

4·6抛物面

4·7单叶双曲面与双曲抛物面的直母线。

**考核要点：**柱面方程、锥面方程、旋转面方程的建立方法、齐次方程、绕坐标轴旋转的旋转面方程、椭球面、双曲面、抛物面的方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线族方程。

**第五章 二次曲面的一般理论**

5·1二次曲面与直线的相关位置

5·2二次曲面的渐近方向与中心

5·3二次曲面的切线与切平面

5·4二次曲面的径面与奇向

5·5二次曲面的主径面与主方向、特征方程与特征根

5·6二次曲面方程的化简与分类

5·7应用不变量化简二次曲面的方程

**考核要点：**二次曲面的渐近方向与非渐近方向、中心、切线、切平面、奇点、径面、奇向、主径面与主方向、特征方程与特征根、二次曲面方程的化简与分类、直角坐标变换、应用不变量化简二次曲面的方程。

**四、参考书目**

[1]吕林根、许子道. 解析几何.北京：高等教育出版社，2001年第3版.

[2]南开大学主编.空间解析几何. 北京：高等教育出版社，2002年.

[3]吕林根、许子道.解析几何学习辅导书.北京：高等教育出版社，2006年.

[4]刘建成、贺群. 空间解析几何.北京：科学出版社，2018年.