XB

**硕士研究生招生考试**

**同等学力和跨专业加试**

**实变函数论 考试大纲**

(科目代码：526)

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2024年9月1 日

**《实变函数论》 考试大纲**

(科目代码：526)

1. **考核要求**

实变函数是数学与应用数学的专业课之一。通过本课程的学习，使学生掌握实变函数的基本理论、基本知识与基本方法，为以后进一步的深入学习其它学科打下坚实的基础。本课程的具体要求有：掌握集合论的基本理论；初步掌握和了解测度论的基本知识；熟练掌握可测函数的基本概念和基本性质，掌握Lebesgue 积分的理论和方法。

1. **考核内容**

**第一章 集合**

1、知识点

集合的概念和运算，对等与基数，可数集合，不可数集合，半序集和曹恩引理。

2、考核要求

1）掌握集合交，并、余等运算和上、下极限的定义和基本运算；

2）熟练掌握集合的对等的定义与性质；能熟练应用伯恩斯坦（Bernstein）定理证明集合的对等关系；

3）理解基数的定义；掌握可数集与不可数集的性质，会判断给定的集合是否可数。

**第二章 点集**

1、知识点

度量空间（n维欧氏空间），聚点、内点和界点，开集、闭集、完备集及其构造。

2、考核要求

1. 理解和掌握度量空间的定义，邻域的性质，有界点集的定义和n维区间的体积；
2. 熟练掌握n维区间点的关系，聚点、内点和界点的定义聚点与等价条件；
3. 掌握开核、边界和导集的概念和性质极其相互关系；
4. 理解和掌握开集、闭集和完备集的性质；
5. 理解开集的构成区间与余区间，了解开集、闭集的构造；熟练掌握康托尔集的构成和性质。

**第三章 测度论**

1、知识点

约当测度，Lebesgue 外测度和内测度，可测集。

2、考核要求

1）测度的定义和性质；

2）掌握Lebesgue 外测度和内测度的定义和基本性质；

3）练掌握由卡拉皆屋铎利给出可测集的定义及可测集的基本运算性质；

4）掌握零测集的性质；开集、闭集的可测性；

5）约当测度与Lebesgue测度的关系；

6）解特殊的两类集合，波雷耳集。

**第四章 可测函数**

1、知识点

可测函数及其性质，几乎处处收敛，叶果洛夫定理，可测函数的构造，依测度收敛。

2、考核要求

1）熟练掌握可测函数及其四则运算，可测函数与简单函数的关系，几乎处处成立的概念；

2）理解叶果洛夫定理；

3）理解并掌握鲁津定理及其逆定理；

4）熟练掌握依测度收敛的定义，几乎处处收敛与依测度收敛的几个反例，Riese定理和Lebesgue收敛定理。

**第五章 积分论**

1、知识点

Riemann积分，勒贝格积分的定义，勒贝格积分的性质，一般可积函数，积分的极限定理。

2、考核要求

1）了解由确界式定义的Riemann积分，及Riemann积分的缺陷；

2）理解勒贝格积分的定义，掌握可积的两个充要条件；可积的四则运算，勒贝格积分与Riemann积分的关系；

3）熟练掌握勒贝格积分的基本性质和绝对连续性 ；

4）熟练掌握一般可积函数的L积分的定义和初等性质；

5）牢记勒贝格控制收敛定理，列维定理，L 逐项积分定理，积分的可数可加性，Fatou引理及有关积分与求导交换的定理。

**三、参考书目**

1.《实变函数与泛函分析》，程其襄，张奠宙，胡善文等编， 第3版，高等教育出版社，2010.6.

2.《实变函数论》,周民强 编著，北京大学出版社，2001.7.