**2024年硕士研究生入学考试自命题科目**

**考试大纲**

|  |  |
| --- | --- |
| 考试阶段：复试 | 科目满分值：100 |
| 考试科目：实变函数 | 科目代码： |
| 考试方式：闭卷笔试 | 考试时长：180分钟 |

**一、科目的总体要求**

要求考生全面的、系统的、熟悉的掌握实变函数的基本知识和计算方法，掌握勒贝格测度与勒贝格积分。

**二、考核内容与考核要求**

《实变函数》主要考核5个方面的内容：集合、点集、测度、可测函数、Lebesgue积分。 能熟悉勒贝格积分的应用，了解了贝格积分的创新思想，熟悉掌握勒贝格积分的计算。

1. 集合

内容： 1、集合的概念和运算 2、对等与基数 3、可数集合与不可数集合

要求：学生理解集合的概念和运算；理解对等与基数的概念；理解可数集合与不可数集合的性质；会证明集合性质的常用方法。

（二）点集

内容：1、度量空间和n维欧氏空间 2、内点、聚点和界点 3、开集，闭集和完备集 4、直线上的开集，闭集和完备集的构造

要求：学生理解度量空间和n维欧氏空间的概念；理解内点、聚点和界点的概念，掌握聚点的几个等价定义；理解导集和闭包的概念；了解外点、孤立点、开核和边界的定义；理解开集和闭集的概念，理解开集和闭集之间的对偶关系，理解开集和闭集的性质；了解Heine-Borel有限覆盖定理；了解紧集、自密集和完备集的定义；理解构成区间与余区间的概念；会用直线上的开集与闭集的构造定理。

1. 测度

内容: 1、外测度 2、 可测集 3、可测集类

要求: 学生理解外测度与可测集的概念；掌握集合可测的几个充要条件；理解可测集的性质；了解一些常用的可测集，如零集，开集、闭集、Borel集、型集、型集等；会可测集的一些常用证明方法。

1. 可测函数

内容：1、可测函数及其性质 2、叶果洛夫定理 3、可测函数的构造 4、依测度收敛

要求：理解可测函数的概念，掌握可测函数的几个等价定义；理解可测函数的性质；了解简单函数的概念，了解可测函数与简单函数的关系；理解几乎处处收敛的概念，会用叶果洛夫定理；会用鲁津定理；理解依测度收敛的概念，会用Riese定理。了解勒贝格定理。

 （五）勒贝格积分

内容：1、勒贝格积分的定义 2、勒贝格积分的性质 3、 一般可

积函数 4、Riemann积分和勒贝格积分的关系 5、积分的极限定理

要求：理解勒贝格积分的概念，理解勒贝格积分的性质；理解一般可积函数的定义及其性质；会用勒贝格控制收敛定理；会用列维定理；会用Fatou引理；以及非负可测函数积分的几何意义。

 **三、题型结构**

考试满分100分，其中选择题约30分，计算题约30分，证明题约40分。

**四、参考书目**

《实变函数与泛函分析》 上册　第二版　曹广福编 高等教育出版社