**《实变函数论》考试大纲**

一、课程简介

《实变函数》是我校数学与统计各专业的一门重要专业基础课，它不仅是学习泛函分析、概率论、数理统计、测度论、计算方法、数理方程、随机过程等后继课程的一种工具，而且是一种高级思维模式；它不仅传播一门知识，而且培养一种思维品质。 因此，这门课程的好坏直接影响到21世纪人才的培养，进而影响到我国的科技发展水平与现代化进程。实变函数论是现代数学的重要基础，人们常以实变函数理论的出现作为现代数学现代分析数学诞生的标志。实变函数的中心任务是建立一种较之旧的黎曼积分更为灵活、有效的勒贝格（Lebesgue）积分理论。采用集合论的思想方法研究数学分析中的问题是实变函数的主要特点。目前，实变函数理论已渗透到现代数学的许多分支，它在数学各个分支的应用成为现代数学的显著特征。由于思想方法独特，它的许多理论比起经典的分析学要深刻得多，应用起来也便利得多。例如积分与极限交换不再要求一致收敛；重积分化为累次积分只需函数是可积的，等等。另外，许多初等数学的基本概念和内容也需要实变函数的理论才能解释清楚。

二、考查目标

主要考查学生对《实变函数》中基数，可列集，不可列集等；n维欧氏空间，开集，闭集，紧致集等；勒贝格测度，包括勒贝格测度的引入，内测度，外测度，可测集的性质；可测函数，包括可测函数的基本性质，可测函数的收敛性，可测函数的构造；勒贝格积分，包括勒贝格积分的引入，积分性质，积分序列的极限等各项知识的掌握情况，以及运用这些知识研究与解决分析问题的能力。

三、考试内容及要求

第一章 集合

（一） 考核知识点

集合之间的交、差、余运算。集列的上、下限集的概念及其交并表示。单调集列的收敛。――映射与集合对等及集合基数。可数集，不可数集、基数为c的集合。

（二）考核要求

掌握集合及其运算。集的对等及其基数。掌握集之间的交、差、余运算。掌握集列的概念及其交并表示。理解单调集列的概念。掌握――映射，两集合对等及集合基数等概念。理解伯恩斯坦定理（不要求掌握证明），能利用定义及伯恩斯坦定理证明两集合对等。理解可数集，不可数集的意义，掌握可数集、基数为c的集合的性质，理解不存在最大基数的定理的意义。

第二章 n维欧几里得空间

（一） 考核知识点

度量空间、n维欧几里得空间、聚点、内点、界点、点集间的距离等概念。开集、闭集、完备。直线上的开集、闭集及完备集的构造。

（二）考核要求

理解n维欧氏空间中极限概念主要依赖于距离这个概念，从而了解邻域概念在极限理论中的作用。理解聚点、孤立点、内点、外点、界点的意义，掌握有关性质。理解开集、闭集、完备集的意义，掌握其性质。理解直线上开集、闭集、完备集的构造。理解康托集的构造、特性。

第三章 测度论

（一） 考核知识点

点集的Lebesgue外测度及其性质、测度与Lebesgue可测集的建立方法及其性质、可测集的构造与Borel集、不可测集。

（二）考核要求

理解测度的意义、理解外测度的意义、掌握其有关性质、理解可测集的定义、掌握可测集的性质与构造、了解并掌握不可测集的存在性这一结论。

第四章 可测函数

（一） 考核知识点

可测函数的定义和性质、可测函数列的收敛、可测函数与连续函数、可测函数的构造、依测度收敛。叶果洛夫定理、鲁津定理、勒贝格定理。

（二）考核要求

掌握可测函数的定义及等价定义、掌握可测函数的有关性质。理解简单函数的定义，掌握可测函数与简单函数的关系。掌握叶果洛夫定理、鲁津定理、勒贝格定理。理解依测度收敛的意义，掌握依测度收敛与a·e收敛的联系与区别。

第五章 积分论

（一） 考核知识点

Lebesgue积分的定义和性质，可积函数与连续函数的关系，Lebesgue控制收敛定理，Levi定理、Fatou定理， Lebesgue积分和Riemann积分的关系， Fubini定理。有界变差函数，不定积分与绝对连续函数。

（二）考核要求

了解黎曼可积的充要条件是被积函数几乎处处连续（不要求掌握证明），理解勒贝格积分的定义及其建立过程。理解R积分与L积分的关系。理解L积分的性质，特别是掌握L积分的绝对可积性和绝对连续性。掌握勒贝格控制收敛定理、Levi定理、逐项积分定理、积分的可数可加性定理、Fatou引理。掌握Fubini定理（不证），理解有界变差函数及全变差的定义与意义，掌握其性质。理解有界变差函数的导数性质。理解不定积分与绝对连续函数的意义，掌握其性质。

四、考试形式和试卷结构

1、试卷满分及考试时间

本试卷满分为100分，考试时间为180分钟

2、答题方式

答题方式为闭卷，笔试。

3、试卷内容结构

集合理论 约15 %

测度论 约30 %

可测函数 约30 %

微积分理论 约25%

4、试卷题型结构

题型包括单选题、填空题、计算题、证明题、应用题五种。

五、参考书目

《实变函数与泛函分析基础》(第三版) 程其襄等编，高等教育出版社，2010年。