

**中国科学院大学**  
**2020 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题**  
**科目名称：理论力学**

考生须知：

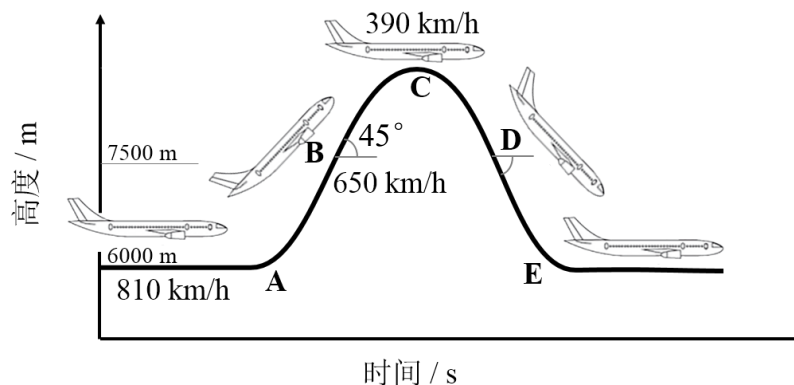
1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、(共 50 分，每小题 10 分) 简答题

1. 什么是“惯性坐标系”？若一个坐标系相对于另一个坐标系做匀速直线运动，试证明在两个坐标系中，牛顿第二定律的形式不变。
2. 什么是开普勒第二定律和角动量守恒定律？请用角动量守恒证明开普勒第二定律。
3. 简述虚功原理和达朗贝尔原理。
4. 分别写出半径为  $r$ 、质量为  $m$  的均质空心球壳和实心球绕球面某切线的转动惯量。
5. 2018 年 5 月 28 日，习近平主席在中国科学院第十九次院士大会、中国工程院第十四次院士大会上的讲话中，引用了《墨经·经上》中的名句“力，形之所以奋也”。请谈谈你对这句话的理解。

二、(20 分) 抛物线飞行是人造失重环境的最通用方法，利用连续的抛物线飞行，可产生重复的失重环境。如图所示，以飞机 A300 Zero-G 的单个抛物线为例，驾驶员在 A 点开始拉升机动，在 B 到达  $45^\circ$  仰角时停止油门并继续上升直至到达最高点 C，并在 D 点(与 B 点等高)拉升机动，结束俯冲。通常在一次起落试验中，约飞 20 个抛物线。

- (1) 分析在单个抛物飞行中飞机的运动规律和所处状态(超重或失重)；
- (2) 估算一次起落经历的总失重时间。



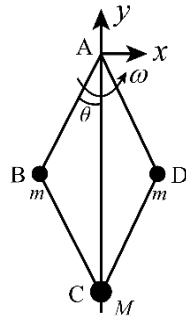
三、(20 分) 刚体平衡要求力和力矩分别平衡，即：

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

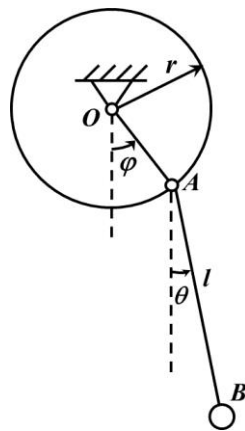
(1) 请给出在三维笛卡尔坐标系中上述两个平衡条件的分量形式；

(2) 刚体的位移由平动和转动两部分组成，即： $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_0 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{r}_i$ ，其中 $\mathbf{u}_0$ 和 $\boldsymbol{\varphi}$ 分别为平动位移矢量和转动角度矢量。请证明：刚体平衡的两个条件可等价地用能量形式表示为： $\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{u}_i = 0$ 。

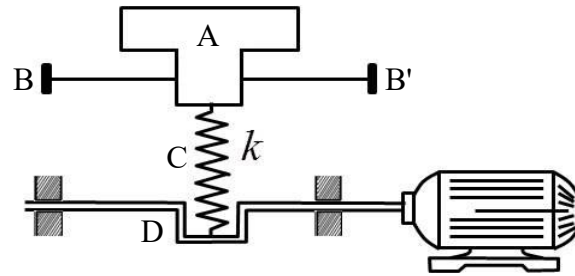
四、(20 分) 如图所示，离心调节器 ABCD 由四根等长且不计质量的细杆、两个质量均为  $m$  的惯性小球 (B 和 D) 和一个质量为  $M$  的小球 (C) 组成，杆长均为  $l$ 。顶点 A 固定在铅直轴  $y$  上，C 点可沿铅直轴上下运动，整个系统以匀角速度  $\omega$  绕铅直轴转动。试用虚功原理求动平衡时  $\theta$  角的大小。



五、(20 分) 均质圆盘质量为  $m_1$ ，半径为  $r$ ，可绕垂直于盘面并通过盘心  $O$  的水平轴转动，如图所示。圆盘边缘铰接一不计质量、长度为  $l$  的刚杆  $AB$ ，杆的  $B$  端是一质量为  $m_2$  的小球，系统在铅垂平面内运动，各处摩擦不计。试以图示角  $\varphi$ ， $\theta$  为广义坐标，用拉格朗日方程建立系统的运动微分方程。



六、(20 分) 海上采油平台，是用于近海和远海石油开采的平台。但是，由于海上波浪的存在，平台会受到一定程度的扰动，这将影响平台上进行的开采和日常活动。为研究此现象并减小平台振动，实验中将其简化为如图所示的模型。其中，振动台 A 的质量  $m=10\text{ kg}$ ，安装在弹簧钢板 BB' (刚度系数为  $k_1$ ) 的中部，其在自重作用下变形为  $\lambda=0.098\text{ cm}$ ，振动台下部装在刚性系数为  $k=4\text{ N/cm}$  的弹簧 C 上，弹簧的下端连接在偏心距为  $e=0.5\text{ cm}$  的曲轴 D 上。已知电动机转速为  $n=1500\text{ r/min}$ ，弹簧下端点的位移为  $e\sin(\Omega t)$ 。



- (1) 求振动台的固有频率；
- (2) 列出振动台的振动微分方程，并求出其振幅；
- (3) 当电机转速多大时，振动台的振幅达到最大值。