**大连海事大学硕士研究生入学考试大纲**

**考试科目：实变函数**

**试卷满分及考试时间：试卷满分为100分，考试时间为180分钟。**

**考试内容**

**一、 集合论基础**

**1.**  集合及其运算；

**2.** 集合的基数；

**3. 可数集与不可数集。**

**二、 *Rn*中的拓扑**

**1.** 开集与闭集，内点，聚点，导集，闭包**；**

**2.** 开集的构造定理**；**

**3.** 康托（*Cantor*）三分集，完备集，疏朗集，稠密集，紧致集。

**三、 测度理论**

 **1. 外测度的概念和基本性质；**

**2. *Lebesgue*可测集的概念与***Caratheodory*条件**；**

**3. *Lebesgue*可测集全体*Ω*的各种整体性质（如可列可加性等）；**

**4. 不可测集的构造；**

**5. *Lebesgue*可测集的等价概念；**

**6. 代数，*σ*代数，*Borel*集。**

**四、 可测函数**

**1.**  可测函数及其性质**；**

**2.** 测函数列的逐点收敛、近一致收敛、依测度收敛**；**

**3. 用连续函数逼近可测函数，鲁金（*Lusin*）定理。**

**五、 *Lebesgue*积分**

**1. *Lebesgue*积分的定义与性质；**

**2. 可测函数列积分收敛定理，*Lebesgue*积分的绝对连续性；**

**3. *Lebesgue*积分与*Riemman*积分的关系；**

**4. 重积分、累次积分、*Fubini*定理；**

**5. 有界变差函数，绝对连续函数，***Lebesgue-Stieltjes*积分**。**

**基本要求**

**一、 集合论基础**

**1. 熟练掌握** 集合各种运算（包括集合列的上、下极限集）**；**

**2. 理解集合基数、可数集与不可数集等概念，熟练掌握**集合基数的比较和计算方法**；**

**3. 理解*Bernstein*定理及*Cantor*对角线法。**

**二、 *Rn*中的拓扑**

**1. 掌握度量概念，和由此引出的**内点，聚点，导集，闭包，开集与闭集等概念及其性质**；**

**2. 理解1维与2维以上欧式空间**开集的构造定理，并能在后面的测度理论中意识到它们的区别**；**

**3.** 掌握完备集，疏朗集，稠密集，紧致集等基本概念，并能对康托（*Cantor*）三分集、广义康托（*Cantor*）集做相应探讨**。**

**三、 测度理论**

 **1. 理解外测度、测度的概念及其区别，能够运用***Caratheodory*条件推导***Lebesgu*e可测集**各种性质**；**

**2. 掌握不可测集的构造方法与破坏可列可加性的反例；**

**3. 掌握开集、闭集、*Gδ*集、*Fσ*集与可测集的关系，熟练运用等测包、等测核概念证明集合的可测性；**

**4. 理解代数、*σ*代数、*Borel*集的概念，掌握*Borel*集与*Lebesgue*可测集的关系。**

 **四、 可测函数**

**1. 理解**可测函数与简单函数之间的关系，并能用可测函数基本概念、简单函数列逼近两种方法证明各种性质**；**

**2. 掌握**可测函数列的逐点收敛、近一致收敛、依测度收敛的关系及证明方法（包括叶果洛夫（*Egoroff*）定理，黎斯（*Riesz*）定理），理解依测度收敛的重要性**；**

**3. 掌握连续函数与可测函数的关系，能够运用鲁金（*Lusin*）定理解决相关问题。**

**五、 *Lebesgue*积分**

**1. 掌握*Lebesgue*积分的定义与性质；**

**2. 能够运用*Levi*引理、*Fadou*引理、*Lebesgue*控制收敛定理解决可测函数列积分收敛问题，理解*Lebesgue*积分的绝对连续性；**

**3. 理解*Lebesgue*积分与*Riemman*积分的关系，并能据此进行各种积分运算；**

**4. 理解重积分、累次积分、*Fubini*定理，并能进行简单的运算；**

**5. 理解*Vitali*覆盖、单调函数的*Lebesgue*定理、有界变差函数、绝对连续函数、***Lebesgue-Stieltjes*积分**。**

**参考书目**

**1．教材：《实变函数论》（第二版），周民强，北京大学出版社，2008年。**

2. 参考书目：《实变函数解题指南》（第二版），**周民强，北京大学出版社，2018年。**